

Frank Richter:  
**Semantik II**

**Schriftliche Hausaufgabe 2**

**Abgabe: 12. Dezember**

**Aufgabe 1. [10 (3 + 3 + 4) Punkte]**

Ausgehend von der im Seminar besprochenen Logik höherer Ordnung soll die Bedeutung von Konjunktion und Implikation, dargestellt als Funktionssymbole  $f_{\wedge}$  und  $f_{\rightarrow}$ , vom Typ  $\langle t, \langle t, t \rangle \rangle$ , in angemessener Weise festgelegt werden. Definieren Sie die Interpretation der beiden Funktionen, also

1.  $I(f_{\wedge})$
2. sowie  $I(f_{\rightarrow})$

und symbolisieren sie den Satz *Hans schläft und Maria singt* mit Hilfe von  $f_{\wedge}$ . Geben Sie dazu den Übersetzungsschlüssel und den Typ aller von Ihnen eingeführten Konstanten an.

**Aufgabe 2. [10 Punkte]**

Seien  $m, w$  Konstanten vom Typ  $\langle e, t \rangle$ ,  $x$  eine Variable vom Typ  $e$  und  $A_{\forall}$  vom Typ  $\langle \langle e, t \rangle, t \rangle$  der kategorialematisch definierte Allquantor. Zeigen Sie, dass die Formeln  $\forall x (m(x) \rightarrow w(x))$  und  $A_{\forall} (\lambda x (m(x) \rightarrow w(x)))$  äquivalent sind.

**Aufgabe 3. [5 Punkte]**

Gegeben seien die Variablen  $x, y$  und  $z$  vom Typ  $e$ , die Variable  $X$  vom Typ  $\langle e, t \rangle$  und die Variable  $X'$  vom Typ  $\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$ , sowie die Konstanten  $h$  und  $m$  vom Typ  $e$ , die Konstante  $W$  vom Typ  $\langle e, t \rangle$ , die Konstante  $R$  vom Typ  $\langle e, \langle e, t \rangle \rangle$  und die Konstante  $W'$  vom Typ  $\langle s, \langle e, t \rangle \rangle$ .

Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke, sofern sie wohlgeformt sind, so weit wie möglich. Geben Sie für die übrigen Ausdrücke an, aus welchem Grund sie nicht wohlgeformt sind.

1.  $\lambda X ((Q(X))(h))(W)$
2.  $\lambda z \forall y (R(z)(y))(y)$
3.  $\forall x \lambda z (R(x)(z))(m)$
4.  $\lambda X' (\exists x \sim X'(x))(W')$
5.  $\lambda X (\sim X(h))(W)$

**Aufgabe 4. [8 Punkte]**

Seien  $x$  ein Variable vom Typ  $\langle s, e \rangle$  und  $j$  und  $m$  Konstanten gleichen Typs. Entscheiden Sie, ob folgende Formeln gültig sind, und beweisen Sie Ihre Aussage.

1.  $j = m \rightarrow \Box(j = m)$
2.  $\exists x \Box (x = j)$

**Aufgabe 5. [3 Punkte]**

Gegeben sei die Kategorialgrammatik, die wir im Seminar aus der Phrasenstrukturgrammatik auf Seite 96 des zweiten Bandes von Gamut abgeleitet haben, erweitert um das Wort *lettuce* der Kategorie CN und um das im Seminar angesprochene *'s* (wie in *John's*) der passenden Kategorie. Leiten Sie mit dieser Kategorialgrammatik den Satz *John's horse eats the green lettuce* ab.