Victor Roth • Matr. Nr. 1914467 • Linguistik BA PO 2011 • victor.roth@hhu.de

## Mathematische Definition von Signaturen (Handout zum Referat)

bei PD Dr. Frank Richter

10. November 2013

RSRL (Relational Speciate Re-entrant Language)

– Logische Sprache, deren Ausdrücke *Mengen von Objekten ausdrücken*

– Eignet sich, um HPSG 94[1] formell, **mathematisch genau** auszudrücken

– Ursprünglich in der Notation für (Nicht-Computer-)Linguisten **unintuitiv**

**Definition 1:**
$\mathcal{VAR}$ ist eine abzählbar unendliche Menge von Symbolen.

Diese Symbole bilden, zusammen mit ihren Hierarchien, Signaturen $\Sigma$.

<u>Buchstaben der Def. 2:</u>

$\mathcal{G}$ benenne eine Sorte;

$\langle \mathcal{G}, \sqsubseteq \rangle$ eine Sortenhierarchie; (*partition* bei P&S[1])

jedes Element von $\mathcal{S}$ eine maximalspezifische Sorte bzw. eine Spezies;

jedes Element von $\mathcal{A}$ ein Attribut;

$\mathcal{F}$ die *appropriateness function*; (Attributwert-Vererbung; Funktion der *feature declaration* bei P&S)

jedes Element von $\mathcal{R}$ ein Relationssymbol;

$\mathcal{AR}$ die Stelligkeitsfunktion; (Stelligkeit ist hier die Anzahl der Argumente eines Operators)

die Sorte $\sigma_2$ sei mindestens so spezifisch wie $\sigma_1$ gdw $\sigma_2 \sqsubseteq \sigma_1$; somit sei $\sigma_1$ die Übersorte von $\sigma_2$;

[1] Pollard & Sag (1994).

**Definition 2:**

$\Sigma$ ist eine Signatur gdw

– $\Sigma$ ein Septupel $\langle \mathcal{G}, \sqsubseteq, \mathcal{S}, \mathcal{A}, \mathcal{F}, \mathcal{R}, \mathcal{AR} \rangle$,

– $\langle \mathcal{G}, \sqsubseteq \rangle$ eine Halbordnung,

– $\mathcal{S} = \left\{ \sigma \in \mathcal{G} \middle| \begin{matrix} für\ jedes\ \sigma' \in \mathcal{G}\ und \\ falls\ \sigma' \sqsubseteq \sigma, dann\ \sigma = \sigma' \end{matrix} \right\}$,

– $\mathcal{A}$ eine Menge,

– $\mathcal{F}$ eine partielle Funktion vom Kreuzprodukt $\mathcal{G} \times \mathcal{A}$ nach $\mathcal{G}$,

– für jedes $\sigma_1 \in \mathcal{G}$, für jedes $\sigma_2 \in \mathcal{G}$ und jedes $\alpha \in \mathcal{A}$,

falls $\mathcal{F}\langle \sigma_1, \alpha \rangle$ definiert ist und $\sigma_1 \sqsubseteq \sigma_2$,

dann ist $\mathcal{F}\langle \sigma_2, \alpha \rangle$ definiert und es gilt $\mathcal{F}\langle \sigma_2, \alpha \rangle \sqsubseteq \mathcal{F}\langle \sigma_1, \alpha \rangle$,

– $\mathcal{R}$ eine endliche Menge und

– $\mathcal{AR}$ eine (totale) Funktion von $\mathcal{R}$ nach $\mathbb{N}$ ist.

Weiterhin sind die Symbole der Operatoren der Prädikatenlogik, sowie [:], [,], †, $\triangleright$, *chain*, *echain*, *nechain* und *metatop* reserviert und weder Variable, Sorte, Attribut oder Relation. Argumentlose (Nullstellige) Relationen sind nicht erlaubt. Die *appropriateness function* $\mathcal{F}$ beschreibt die Attributvererbung, mithin gilt $\mathcal{F}\langle \sigma_2, \alpha \rangle \sqsubseteq \mathcal{F}\langle \sigma_1, \alpha \rangle$, (s. o.).

**Konvention 1:**

Für eine Menge $M$ ist $M^n$ das Kreuzprodukt $M_1 \times \ldots \times M_n$. (*n* sind natürliche Zahlen)

$M^*$ ist die Menge der endlichen Abfolgen der Elemente von $M$.

$M^+$: wie $M^*$, aber ohne leere Abfolgen.

$\overline{M}$ ist die Kurzschreibweise für die Vereinigungsmenge von $M$ und $M^*$.

Diese Konvention erlaubt eine kürzere Schreibweise der Definition 3.

<u>Buchstaben der Def. 3:</u>

U ist die Menge der Entitäten des Universums;

S ist die Sortenzuweisungsfunktion;

A ist die Attributinterpretationsfunktion;

R ist die Relationsinterpretationsfunktion;

I (Interpretation einer Signatur $\Sigma$) ist eine Menge von Entitäten, die durch Spezies bezeichnet sind;

**Definition 3:**

Für jede Signatur $\Sigma$ ist I eine Interpretation gwd

– I ein 4-Tupel $\langle \mathrm{U}, \mathrm{S}, \mathrm{A}, \mathrm{R} \rangle$,

– U eine Menge,

– S eine (totale) Funktion von U nach $\mathcal{S}$,

– A eine (totale) Funktion von $\mathcal{A}$ zur Menge der partiellen Funktionen von U nach U,

– für jedes $\alpha \in \mathcal{A}$ und jedes $u \in \mathrm{U}$,

falls $\mathrm{A}(\alpha)(u)$ definiert ist,

dann ist auch $\mathcal{F}\langle \mathrm{S}(u), \alpha \rangle$ definiert und es gilt $\mathrm{S}\big(\mathrm{A}(\alpha)(u)\big) \subseteq \mathcal{F}\langle \mathrm{S}(u), \alpha \rangle$

– für jedes $\alpha \in \mathcal{A}$ und jedes $u \in \mathrm{U}$,

falls $\mathcal{F}\langle \mathrm{S}(u), \alpha \rangle$ definiert ist, dann ist auch $\mathrm{A}(\alpha)(u)$ definiert,

– R eine (totale) Funktion von $\mathcal{R}$ zur Potenzmenge $\bigcup \overline{\mathrm{U}}^n$ ist, (*n*: natürliche Zahlen)

für jedes $\rho \in \mathcal{R}$ gilt $R(\rho) \subseteq \overline{\mathrm{U}}^{\mathcal{AR}(\rho)}$.

Für die Funktion A gilt, dass sie die Anforderungen von $\mathcal{A}$ erfüllt, d. h. wenn die Interpretation eines Attributes $\alpha$ auf eine Entität $u$ definiert wird, dann muss dieses Attribut für die Spezies der Entität $u$ *appropriate* sein; und die Spezies der Entität $u'$, die durch die Interpretation des Attributes bei $u$ erhalten muss eine Untersorte der Sorte sein, die für dieses Attribut bei der Spezies von $u$ *appropriate* ist.

Die partielle Funktion, die durch ein Attribut bezeichnet wird, ist entweder für jede oder keine Entität einer gegebenen Spezies definiert.

Die Funktion R interpretiert jedes Relationssymbol als eine Menge von Tupeln $\langle u_1, \ldots, u_n \rangle$, bei der

– jedes $u_i$ eine Entität in U ist oder

– jedes $u_i$ eine Folge von Entitäten in U ist oder (Folgen von Entitäten: *chains*)

– einige $u_i$ Entitäten in U und die restlichen $u_i$ Folgen von Entitäten in U sind.

Das *n* eines solchen Tupels $\langle u_1, \ldots, u_n \rangle$ wird durch die Stelligkeit der Stelligkeitsfunktion $\mathcal{AR}$ bestimmt.

---

Dieses Referat basiert auf

Richter, Frank (2004): *Foundations of Lexical Resource Semantics*. Tübingen. S. 15-23.